

Investition und Finanzierung

8. Januar 2002

Inhaltsverzeichnis

1	Gundbegriffe	2
1.1	Investition und Finanzierung	2
1.2	Die Zahlungsfähigkeit eines Betriebes	2
1.3	Vermögensarten	2
1.4	Finanzierungsarten	3
1.5	Erfolg und Risiko	3
2	Die Schätzung des Kapitalbedarfes	5
2.1	Indirekte Schätzung des Kapitalbedarfes	5
2.2	Direkte Schätzung des Kapitalbedarfs	7
2.3	Die wichtigsten Determinanten des Kapitalbedarfs	9
2.3.1	Wenig beeinflussbare Determinanten	9
2.3.2	Stärker beeinflussbare Determinanten	9
2.4	Kummulierte Kapitalbedarfsrechnung und Finanzplan	9
2.5	Liquiditätsreserve (LR)	10
3	Grundzüge der Investitionsrechnung	12
3.1	Grundlagen	12
3.1.1	Bestimmung der Zahlungsreihen	13
3.2	Kennzahlen und Investitionsrechnung	14
3.2.1	Kapitalwert	14
3.2.2	Die Annuität	16
3.2.3	Interner Zinsfuß	17
3.2.4	Amortisationsdauer (pay-off-period)	19
3.2.5	Interpretation	19
3.3	Die Wahl zwischen Investitionsalternativen	21
3.3.1	Entscheidungskriterium: Kapitalwert und Annuität	21
3.3.2	Interner Zinsfuß	21
3.3.3	Ersetzungszeitpunkt	23
3.3.4	Gewinnsteuern	26

1 Grundbegriffe

1.1 Investition und Finanzierung

Der Theorie der Investition und Finanzierung liegt das Problem zugrunde, daß in einem Produktionsprozeß einer Unternehmung dem Absatz der erstellten Güter eine Produktion und eine Beschaffung vorausgeht. Es muß also zunächst eine Beschaffungsauszahlung erfolgen, bevor (zeitlich getrennt durch die Zeitspanne t) eine Absatzzahlung erfolgen kann.

Diese Zeitspanne t bringt ein Ungewissheitsproblem (zeitliche Divergenz zwischen Ein- und Auszahlung, Verlußtisiko) mit sich.

Die Investition und Finanzierung werden durch Zahlungsreihen charakterisiert, die gegenläufig sind.

- **Investition: Kapitalbindung**
Beginnt mit einer Auszahlung eines Unternehmens und endet mit einer Einzahlung an das Unternehmen. Die Zeit t zwischen diesen beiden Zeitpunkten stellt eine Kapitalbindung (im Sinne von finanziellen Mitteln) dar.
- **Finanzierung: Kapitalbereitstellung**
Beginnt mit einer Einzahlung an das Unternehmen und endet mit einer Auszahlung des Unternehmens. In der Zeit t zwischen diesen beiden Zeitpunkten stehen dem Unternehmen Zahlungsmittel zur Verfügung, die zur Durchsetzung von Zahlungszielen verwendet werden können.

Begriffe:

- **Einnahmen¹**: Zuwachs des Geldvermögens.
- **Auszahlung**: Minderung des Barvermögens.

1.2 Die Zahlungsfähigkeit eines Betriebes

Ein Betrieb ist zahlungsfähig, solange er alle unabwärtbaren (nach Ablauf der Verbindlichkeitsfrist fälligen) Verbindlichkeiten bezahlen kann. Sonst:

- Überschuldung
- Konkurs
- Vergleich

1.3 Vermögensarten

- **Vermögen**: Reinvermögen + Gesamtbestand an Wissen, Arbeitskraft und realen Gütern eines Unternehmens.
- **Reinvermögen**: Gesamtvermögen - Gesamtschulden = Geldvermögen + Sachvermögen. Verbuchung als Ertrag/Aufwand.
- **Barvermögen**: (Kasse + Sichtguthaben - Sichtverbindlichkeiten) = Zahlungsmittelbestand. Verbuchung als Einzahlung/Auszahlung.
- **Geldvermögen**: (Kasse + Forderungen - Verbindlichkeiten). Verbuchung als Einnahme/Ausgabe.

¹wird von Kapital gesprochen, so ist nur das Geldvermögen gemeint

1.4 Finanzierungsarten

Man unterscheidet nach zwei Kriterien:

1. Kriterium: Finanzieren mit oder ohne Hilfe von Kapitalgebern
 - Außenfinanzierung: Finanzierung mit Hilfe von Kapitalgebern
 - Innenfinanzierung: Finanzierung ohne Hilfe von Kapitalgebern
2. Kriterium: Finanzieren mit schuldrechtlichen (Forderungs-) oder eigentumsrechtlichen (Beteiligungs-) Titeln.
 - Fremdfinanzierung: Verkauf von Forderungstiteln (Obligationen)
 - Eigenfinanzierung: Verkauf von Beteiligungstiteln (Aktien)

Der Käufer von Forderungstiteln heißt Gläubiger. Der Käufer von Beteiligungstiteln heißt Gesellschafter.

	Eigenkapital	Fremdkapital
Stellung des Kapitalgebers	Gesellschafter	Gläubiger
Ansprüche im Insolvenzfall	nachrangig	vorrangig
Geschäftsführungsbefugnis der unbeschränkt haftenden Kapitalgeber	ja	nein
Laufzeit	unbegrenzt	begrenzt
Verzinsung	variabel	fest
Risiko	größer	kleiner
Erfolg	höher	geringer

Abbildung 1: Gegenüberstellung von Eigenkapital und Fremdkapital

	Eigenfinanziert	Fremdfinanziert
Innenfinanzierung	Finanzierung aus Abschreibungen selbstfinanziert (aus nicht ausgeschütteten Gewinnen)	Finanzierung aus Pensionsrückstellungen (indirektes Fremdkapital)

Abbildung 2: Innenfinanzierung

1.5 Erfolg und Risiko

Ungewissheitsproblem: Absatzpreise sind nicht zum Zeitpunkt des Einkaufs bekannt. Ungewissheitssituation in zwei Kriterien: Erfolg und Risiko. Der Kapitalgeber wird ein Risiko nur dann eingehen, wenn eine gewisse Risikoprämie gezahlt wird. Die Verzinsung des Kapitals eines Fremdkapitalgebers steigt mit der Höhe des Risikos.

Betrachte Wahrscheinlichkeit:

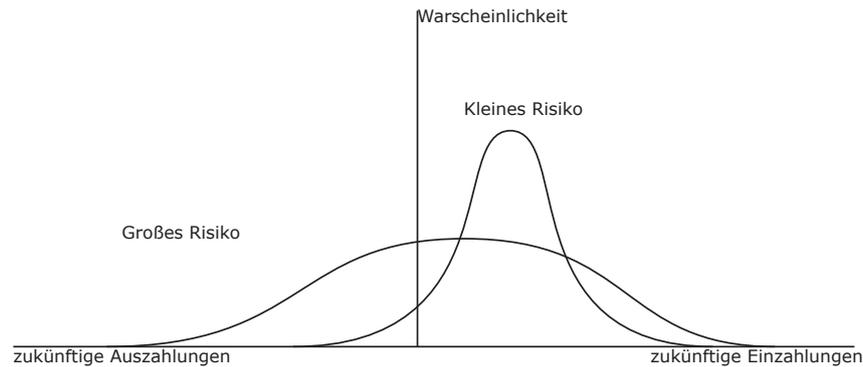


Abbildung 3: Wahrscheinlichkeiten von Risiken

Rechnerischer Umgang mit dem Risiko:

Für das Eintreten bestimmter Ereignisse (Auszahlungen) E_j werden bestimmte Wahrscheinlichkeiten p_j angenommen. Die Summe dieser Wahrscheinlichkeiten ist 1.

$$\sum_{j=1}^n p_j = 1$$

Darum läßt sich eine Erwartungswert ermitteln:

$$E = \sum_{j=1}^n E_j * p_j$$

Das Maß für das Risiko is die Standartabweichung. Sie ist das Maß für die Streubreite von Ereignissen um den Erwartungswert. Je größer die Standartabweichung, desto größer ist das Risiko. Die Standartabweichung errechnet sich aus:

$$\sigma_E(E) = \sqrt{\sum_{j=1}^n (E_j - E)^2 * p_j}$$

Betrachtet man nun den Erwartungswert im Bezug auf das eingesetzte Kapital K, so errechnet sich die erwartete Rentabilität R aus:

$$R = \frac{E - K}{K} \left(R_j = \frac{E_j - K}{K} \right)$$

Für die Rendite läßt sich ebenfalls eine Standartabweichung angeben:

$$\sigma_R(R) = \sqrt{\sum_{j=1}^n (R_j - R)^2 * p_j}$$

Risikoprämie:

Opportunitätskosten: Verzinsung der Alternativenanlage (durch Rentabilitätsvergleich).

Risikoprämie: erwartete Rentabilität - risikofreie Verzinsung.

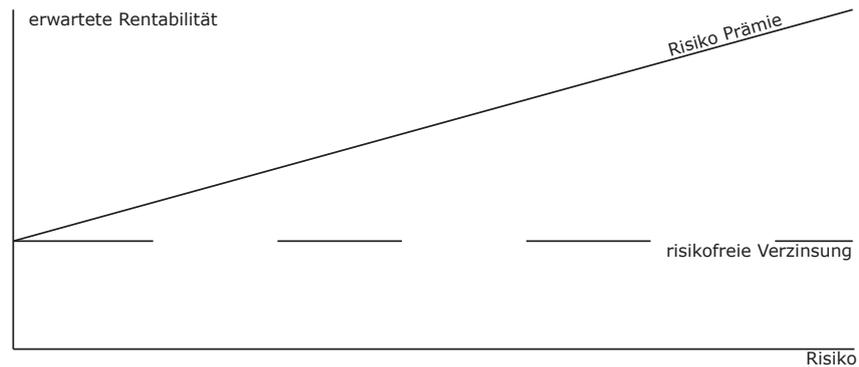


Abbildung 4: Risikoprämien

Verfolgt die Geschäftsleitung eines Unternehmens die Interessen der Eigentümer, dann kann man definieren:

<Aufgabe der Finanzierung ist es, so für die Zahlungsfähigkeit eines Unternehmens zu sorgen, daß sich für die Eigentümer eine günstige Konstellation von Risiko und erwarteter Rentabilität ergibt>

2 Die Schätzung des Kapitalbedarfes

Die Kapitalbedarfsrechnung dient der langfristigen Planung des Kapitalbedarfes. Sie soll Auskunft über die Höhe des benötigten Kapitals, sowie über die Zeitdauer, über die das Kapital benötigt wird geben.

Dazu geht man in drei Schritten vor:

1. Aufstellen eines Kapitalbedarfsplanes, der sich in Teilpläne untergliedert (z.B. nach Absatz, Produktion, Beschaffung, ...)
2. Die Finanzabteilung rechnet aus den Teilplänen den Finanzbedarf aus und überprüft ihre Finanzierbarkeit.
3. Entscheidungsfeld: Falls eine Finanzierbarkeit möglich ist kann der Finanzplan verabschiedet werden, falls nicht muß eine Revision durchgeführt werden.

Der Kapitalbedarf läßt sich direkt und indirekt schätzen.

Die indirekte Kapitalbedarfsschätzung geht von den Jahresplanabschlüssen aus, d.h. stützt sich also auf Vermögenbestände. Die direkte Kapitalbedarfsschätzung hingegen benötigt die Erstellung von betrieblichen Teilplänen über Absatz, Produktion, Personal, Bschäftigung, Investition und Desinvestition.

2.1 Indirekte Schätzung des Kapitalbedarfes

Zur indirekten Kapitalbedarfsschätzung wird eine Barvermögensrechnung benötigt. Beispiele:

Einzahlungsüberschuss	= Gewinn nach Steuern	
	- Zahlungsunwirksame Positionen	} + Aufwand(nicht Auszahlung)
		} - Ertrag(nicht Einzahlung)
	+ Erfolgswirksame Positionen	} + Einzahlung(nicht Ertrag)
		} - Auszahlung(nicht Aufwand)

zu (2): Abschreibung, Pensionsrückstellungen, Verbrauch von Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffen.

zu (3): Lagerbestandsvergrößerung von Halb- und Fertigprodukten.

zu (4): Außenfinanzierung, Verkauf von Maschinen in Höhe des Buchwertes.

zu (5): Rückzahlungen von Fremdkapital, Gewinnausschüttung, Pensionsauszahlungen, Investition im Alagevermögen.

Eine einfache Definition ist es den Cash Flow als die Summe aus Jahresüberschuss nach Steuern und Abschreibungen aufzufassen. Dies ist aber zu grob formuliert, genauer ergibt sich: Ein positiver Cash Flow deutet

		<ul style="list-style-type: none"> Jahresüberschuss nach Steuern + Abschreibungen + Zuführungen zu Rückstellungen - Erhöhung der Bestände an Halb- und Fertigfabrikaten (HF & FF) und anderer aktivierter Eigenleistungen
Cash Flow I	=	<ul style="list-style-type: none"> geldvermögenswirksamer Jahresüberschuss - Investition im Anlagevermögen (AV) + Desinvestitionen im Anlagevermögen (zu Buchwerten) - Erhöhung der Bestände an Roh- und Hilfs- und Betriebsstoffen - Pensionszahlungen
Cash Flow II	=	<ul style="list-style-type: none"> Geldvermögenszunahme vor Finanzierung + Kreditaufnahme (einschl. Lieferantenkredite) + Aufnahme von Eigenkapital (EK) - Kredittilgung - Rückzahlungen von Eigenkapital - Gewinnausschüttungen
Cash Flow III	=	Einzahlungsüberschuss (EZU)

einen Kapitalüberschuß, ein negativer Cash Flow einen Kapitalbedarf an.

Kritik: Der Kapitalbedarf aknn so nur jährlich bestimmt (geschätzt) werden. Für eine vernünftige Kapitalbedarfsplanung ist sie zeitlich zu grob, da ein Zahlungsunfähigkeit nut kurzfristig auftreten kann. Eine monatliche (oder sogar wöchentliche) Kapitalbedarfsplanung wäre wünschenswert. Der Einfluß von saisonellen Schwankungen könnte so vermindert werden; in jährlichen Cash Flows ist saisonbedingte Schwankung nicht erkennbar.

Fazit: Die indirekte Kapitalbedarfsschätzung ist zeitlich und inhaltlich zu grob, das mach sie aufwendig und schwerfällig.

2.2 Direkte Schätzung des Kapitalbedarfs

Gesamtkapitalbedarfsplan untergliedert sich in die betrieblichen Teilpläne:

1. Absatzplan

- Absatzmengen: Produktgruppe und Periode.
Umsatzerlöse werden anhand von Nettogrößen abgeschätzt.

Nettopreise = Verkaufspreise - Rabatt - Provisionen

Nettoumsatzerlös = Nettopreis * Umsatzmenge (bzw. Absatzmenge)

Bei Einzahlungen müssen folgende Punkte berücksichtigt werden:

(a) Zahlungsgewohnheiten der Kunden

Beispiel:

30% der Kunden zahlen innerhalb von 10 Tagen mit Skontozahlung

50% der Kunden zahlen innerhalb von 1 Monat

20% der Kunden zahlen innerhalb von 2 Monaten

$$\begin{aligned} \text{Nettoerlöse} &= 0.3 * \text{Monat1} * \text{Nettoumsatzerlöse} * (1 - \text{Skonto}) \\ &+ 0.5 * \text{Monat2} * \text{Nettoumsatzerlöse} \\ &+ 0.2 * \text{Monat3} * \text{Nettoumsatzerlöse} \end{aligned}$$

(b) Skontoanspruchnahme

(c) Periodenlänge

- Konditionen der Rechnungsstellung (z.B. Rabatte, Skonti, Preise, ...)
- Einsatz von Verkaufsförderungsmaßnahmen (Werbungskosten = Kapitalbedarf)
Einräumen von Naturalrabatten (Warenlieferungen, die nicht berechnet werden)

2. Produktionsplan

zu beachten ist hier die Zahlungswirkung:

- In einer bestimmten Periode hergestellte Fertigungsprodukte
- Lagererhöhung = Kapitalbindung (WICHTIG: Lagerpolitik!)
- Erhöhung von Personalausgaben (schlagen sich im Personalplan nieder)

3. Personalplan

- Lohn- und Gehaltszahlungen
- Sozialleistungen (Kranken-, Renten-, Sozialversicherungen)

4. Beschaffungsplan für RHB-Stoffe (Roh- und Hilfsbetriebsstoffe)

- Ableitung aus dem Produktionsplan (Produktion erfordert Beschaffung)
- Kapitalbindung

Die Zahlungswirkung hängt von den Zahlungsgewohnheiten des Unternehmens ab. Zu beachten ist hierbei die Signalwirkung: Ein Unternehmen ist bereit extrem hohe Zinsen (Skontoverzicht) zu akzeptieren (=Liquiditätsproblem?).

Beispiel: Skontoanspruchnahme - Skontoverzicht

Eine Rechnung sei zahlbar mit 2% Skonto innerhalb von 10 Tagen, sonst innerhalb 30 Tagen.

Ohne Zinseszins: $\frac{360}{20} \frac{2\%}{0.98} = 36.73\% \text{ p.a.}$

Mit Zinseszins: $(1.0204)^{18} - 1 = 43.84\% \text{ p.a.}$

Beispiel für eine Skontopolitik:

60% innerhalb von 10 Tagen mit Skonto - Dieser Monat: Beschaffungsbeträge * (1-Skonto) * 0.6
 40% innerhalb von 30 Tagen ohne Skonto - Nächster Monat: Beschaffungsbeträge * 0.4

5. Investitions- und Desinvestitionsplan

Verrechnung dieser beiden Teilpläne:

Positiver Saldo: Bruttokapitalüberschuß, negativer Saldo: Bruttokapitalbedarf.

Treten bei der Quartalsbedarfsrechnung Finanzprobleme auf, muß geprüft werden, ob:

- Investitionen zeitlich verschoben werden können
- Desinvestitionen möglich sind

6. Vorläufiger Finanzplan

- (FK) Kreditrückzahlung / Zinszahlung
- (EK) Gewinnausschüttung
- (FK) Kreditaufnahme
- (EK) Einlagen der Gesellschafter
- (EK) Dividenden

Es stellt sich nun die Frage:

Wann soll direkte Kapitalbedarfsschätzung angewandt werden?

- direkte Kapitalbedarfsschätzung bei kurzen Fristen (z.B. monatlich)
- indirekte Kapitalbedarfsschätzung bei langen Fristen ($\frac{1}{2}$ jährlich, 1 jährlich). Sie ist hier sinnvoller, da das Unternehmen ohnehin ein Bilanzstrukturplanung durchführt.

Teilplan	Schätzung	Zahlungen
1 Absatzplan	1.1 Nettoumsatzerlöse	2000.-
	1.2 Verkaufsförderung	-100.-
2 Produktionsplan	2.1 Energiekosten	-50.-
3 Personalplan	3.1 Löhne	-400.-
	3.2 Gehälter	-200.-
	3.3 Sozialkosten	-80.-
4 Beschaffungsplan	4.1 Rohstoffe	-700.-
	4.2 Hilfs- und Betriebsstoffe	-250.-
5 Investitionsplan	5.1 Zugänge	-400.-
	5.2 Abgänge	+70.-
6 Sonstiges		
<i>Bruttokapitalbedarf</i>		110
7 vorläufiger Finanzplan		
7.1 Fremdkapital	7.1.1 Tilgung	-250.-
	7.1.2 Aufnahmen	+300.-
	7.1.3 Zinsen	-25.-
7.2 Eigenkapital	7.2.1 Aufnahmen	
	7.2.2 Gewinnausschüttungen + Steuern ²	-100.-
<i>Nettokapitalbedarf</i>		-185.-

Abbildung 5: Beispielhafter Aufbau eines Kapitalbedarfplanes

2.3 Die wichtigsten Determinanten des Kapitalbedarfs

Bei der Schätzung des Kapitalbedarfes treten folgende Schwierigkeiten auf:

- Ungewissheit im Beschaffungsmarkt (z.B. Preise, Güterqualitäten, Tarifabschlüsse).
- Ungewissheit am Absatzmarkt (z.B. Absatzmengen, Absatzpreise → (Nachfragefunktion?)).
- Ungewißheit bezüglich der Durchsetzbarkeit geplanter Änderungen (z.B. Rationalisierungsmaßnahmen, Änderungen der Organisationsstruktur).

Auf diese Determinaten hat das Unternehmen nur wenig Einfluß.

2.3.1 Wenig beeinflussbare Determinanten

1. Beschaffungspreise:
 Starke Preisschwankungen bei Rohstoffen (Preisrisiko: Kassenpreis & Terminpreis)
 Hilfe: Extrapolation von bekannten Entwicklungen in die Zukunft (Terminpreise).
 Problematisch ist hier die Unsicherheit des Ergebnisses.
 Fazit: Beschaffungsmarktforschung ist sinnvoll.
2. Absatzmengen, Absatzpreise:
 → Absatzmarktforschung soll Nachfragefunktion erstellen (vorhersagen). Marktüberwachung, Marktübersicht.
3. Geplante Änderungen:
 - Kostensenkung (z.B. Personalkosten). Was sagt der Personalrat?
 - Anpassungsfähigkeit des Unternehmens senkt tendenziell den Kapitalbedarf.

2.3.2 Stärker beeinflussbare Determinanten

1. Lagerhaltungspolitik:
 Vermindern von gebundenem Kapital in Form von Roh-, Hilfsstoffen, Halb- und Fertigwaren (*vergleiche Just-in-Time-Produktion*).
2. Investitionspolitik:
 Verschieben von Investitionen mindert zunächst den Kapitalbedarf. z.B. Optimum zwischen Ersatzinvestitionen Reperaturauszahlungen finden.

2.4 Kummulierte Kapitalbedarfsrechnung und Finanzplan

Planmonate	Nov	Dez	Jan	Feb	März	April	Nov	Dez	Jan-März	April-Juli	Juli-Dez
Nettokapitalüberschuss	150			10	20		150			20	
Nettokapitalbedarf		-100	-40			-40		-100	-150		-400
Kummuliert	130	30	10	20	40	0	130	50	-130	-110	-310

Abbildung 6: gestaffelte (links) und ungestaffelte KB-Rechnung (rechts)

Der entgeltige Finanzplan sollte so sein, daß in jeder Periode der Nettokapitalbedarf auf null gebracht wird. Maßnahmen dazu sind:

1. Mittelbeschaffung
 - Außenfinanzierung
 - Beteiligungsfinanzierung
 - Kreditfinanzierung
 - Innenfinanzierung

2. Mittelumverteilung

- Revision der anderen betrieblichen Finanzpläne (z.B. Verzicht oder Verschiebung von Investitionen, Lagerabbau, Verzicht auf Skonti).
- Desinvestitionen (z.B. Verkauf von Grundstücken etc.)

3. Mittelverwendung

- vorzeitige Kredittilgung
- zusätzliche Ausschüttung (Dividende)
- Finanzinvestition und Festgeld

Beispiel:

Planperiode	Nettokapitalbedarf	Kummuliert	Maßnahme
1	-100	-100	kurzfristiger Kredit
2	+150	+50	kurzfristige Geldanlage
3	-80	-30	kurzfristiger Kredit
4	-400	-430	evtl. Kapitaleinlage
5	-200	-630	langfristiges Fremdkapital oder Planrevision

2.5 Liquiditätsreserve (LR)

Die Ermittlung des Kapitalbedarfs und der Liquiditätsreserve sind untrennbar miteinander verbunden.

Definition:

Die Liquiditätsreserve ist der Betrag an Zahlungsmitteln, der im Bedarfsfall kurzfristig (!) verfügbar gemacht werden kann (Notfallbudget).

Zusammenhang zwischen KB (Kapitalbedarf) und LR:

Es gäbe drei Möglichkeiten den Kapitalbedarf zu prognostizieren:

- optimistisch → hohe LR
- mittel
- pessimistisch → niedrige LR

Prognostizierte Kapitalbedarf:

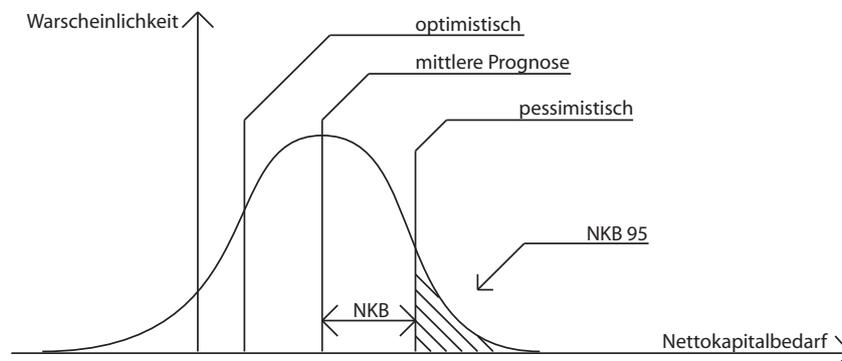


Abbildung 7: Prognostizierter Kapitalbedarf

Nun stellt sich die Frage: welche Prognose ist ökonomisch sinnvoll? Die mittlere Prognose hat die geringste Ist-/ Sollwertabweichung. Wir definieren NKB_{95} (zu 95% keine finanziellen Schwierigkeiten) als Nullmarke der Liquiditätsreserve. Dann ist bei Auswahl der Prognose des mittleren $N\bar{K}B$:

$$LR = NKB_{95} - N\bar{K}B$$

Aufbau einer Liquiditätsreserve:

1. zusätzliche Kreditlinien
2. Zusage der Eigentümer (Notfallszahlung → nachschießen)
3. Halten von geldnahen Aktiva (Wertpapiere, Termingelder, Guthaben, ...)

zu (1) und (2): Kein Einfluß auf den Kapitalbedarf

zu (3) :Erhöhen des NBK um die LR:

Korrektur:

NKB

+ Zukünftige LR aus geldnahen Aktiva

- Vorhandene LR aus geldnahen Aktiva

= korrigierter Nettokapitalbedarf

Bestimmung der Liquiditätsreserve:

zukünftige Soll Liquiditätsreserve - gegenwärtige LR = zu schaffende LR

bzw:

zukünftige Soll Liquiditätsreserve

- gegenwärtig nicht ausgenutzte Kreditlinien

- Zusagen der Eigentümer

- kurzfristig liquidierbare Wertpapiere

- Guthaben auf Sichtkonten

- Nicht im Finanzplan eingebrachte Termingelder

= neu zu schaffende Liquiditätsreserve

3 Grundzüge der Investitionsrechnung

Die Investitionsrechnung untersucht betriebliche Aktivitäten, die Finanzmittel kurzfristig oder langfristig binden. Die Frage lautet also: wieviel Kapital soll in welches Projekt investiert werden? Annahme: Es gibt ein Finanzierungsproblem, (d.h. hier sollen Finanzfragen bewußt außenvor gelassen werden.) Die folgenden Parteien haben alle ein Interesse, Einfluß auf die Investitionsrechnung zu nehmen. Dies führt zu einem Zielkonflikt zwischen:

- Eigentümer
- Gläubiger
- Arbeitnehmer
- Staat
- Öffentlichkeit

Deshalb folgende Vereinfachung : Mindestforderungen werden für alle erreicht. Die Eigentümer verfolgen nur finanzielle Interessen. Ziel: Ausscheiden der Möglichkeiten, Die Mindestanforderungen verletzen.

3.1 Grundlagen

Deterministische Modelle:

Das Problem der Ungewißheit wird ausgeklammert (z.B. Absatzpreis-, menge). Bei Ungewißheit geht man von alternativen Werten aus.

Festlegung von Alternativen: Da Finanzprobleme ausgeschlossen sind, kann eine Investition nur aus wirtschaftlich technischen Gründen abgelehnt werden.

1. wirtschaftliche Komplementarität

Betrachtet werden vier Investitionsalternativen:

Zeitraum t	0	1	2	3	4
Projekt I	-100	40	50	10	10
Projekt II	-300	100	200	150	50
Projekt I & II	-400	180	260	170	80
Nullalternative	0	0	0	0	0

Echte Alternativen müssen sich gegenseitig ausschließen.

2. wirtschaftliche Substitutionalität

Zeitraum t	0	1	2	3	4
Projekt I	-100	40	50	10	10
Projekt II	-300	100	200	150	50
Projekt I & II	-400	130	250	120	40
Nullalternative	0	0	0	0	0

Beispiel: Anschaffung einer neuen Verpackungsmaschine und neuem Kartonformat.

Zeitraum / EZÜ	0	1	2	3	4
neue Anlagen und neues Kartonformat	-100	40	40	40	40
alte Anlage und neues Kartonformat	0	20	20	20	20
neue Anlage und altes Kartonformat	-100	21	21	21	21
alte Anlage und altes Kartonformat	0	0	0	0	0

3.1.1 Bestimmung der Zahlungsreihen

Frage: Wie verhält sich der Geldbestand bei welcher Alternative?

Betrachte:

- Zahlungsströme (Ein-/ Auszahlungen)
- Kosten-/ Ertragsstrom (Gewinne werden primär an Kosten gemessen)

Nulltarife = Ex. Definition: eine reale oder fiktive Alternative, nur aus Nullen bestehend.

Bei festgelegter Nullalternative läßt sich eine Zahlungsstromänderung gegenüber der Nullalternative angeben. Der Einfluß der Nullalternative auf das Aussehen der Zahlungsreihen soll an folgendem Beispiel (Kauf eines PKW) gezeigt werden:

1. Nullalternative = Mercedes Benz

Periode	0	1	2	3	4
alternativ: BMW anstatt Merc.	-3000	100	-50	-50	1000
alternativ: Opel anstatt Merc.	24000	-3000	-4000	-4000	-8000

2. Nullalternative = Opel

Periode	0	1	2	3	4
alternativ: BMW anstatt Opel	-27000	3100	3950	3950	9000
alternativ: Opel anstatt Opel	-24000	3000	4000	4000	8000

3. Nullalternative = Rolls Royce

Periode	0	1	2	3	4
alternativ: BMW anstatt Rolls	75000	4500	4500	4200	-48000
alternativ: Merc. anstatt Rolls	78000	4400	4500	4250	-49000
alternativ: Opel anstatt Rolls	102000	1400	550	250	-57000

Man sieht deutlich, daß der sich ergebende Einzahlungsüberschu? (EZÜ) von der gewählten Nullalternative abhängt.

betriebliche EZÜ	=	sämtliche betriebliche Einzahlungen, soweit sie nicht von den Eigentümern oder Fremdkapitalgebern stammen. - sämtliche betriebliche Auszahlungen, soweit sie nicht an Eigentümer oder Fremdkapitalgeber gehen.
EZÜ einer Alternative	=	EZÜ des Unternehmens bei Realisierung der Alternative. - EZÜ des Unternehmens bei Realisierung der Nullalternative.
relevante EZÜ	=	EZÜ, die von der betrachteten Investitionsalternative verursacht werden, gemessen an der Nullalternative. - EZÜ des Unternehmens bei Realisierung der Nullalternative.
EZÜ einer Alternative	=	EZÜ des Unternehmens bei Realisierung der Alternative. (Anwendung des Verursachungsprinzips)

Die folgenden Prinzipien sind Grundlage jeder Bewertung:

- Verursacherprinzip:
Jede ökonomische Zahlungsreihe muß die Nullalternative aufdecken.
- Differenzprinzip:
technische Vorgehensweise, wie man Änderungen bestimmt.
- Prinzip des Alternativenvergleichs

3.2 Kennzahlen und Investitionsrechnung

Hilfsmittel zur Investitionsentscheidung:

Übersicht:

1. Kapitalwert
2. Annuität
3. interner Zinsfuß
4. Amortisationsdauer

3.2.1 Kapitalwert

Periode	0	1	2	3	4	\sum EZÜ
EZÜ	-100	50	40	30	20	40

Problem: Nutzung des Geldes über die Zeit kostet Zinsen!
Dimension des Zinssatzes:

$$\frac{DM}{DM * Zeiteinheit} = \frac{1}{Zeiteinheit}$$

Zinsrechnung:

Bei Aufzinsung interessiert der Endwert zum Zeitpunkt t_1 , den man bei einem Zinssatz k und einem Anlagebetrag a bei Anlage zum Zeitpunkt t_0 nach Ablauf der Perioden $T = t_1 - t_0$ erhält.

Bei Abzinsung interessiert der Anlagebetrag a zum Zeitpunkt t_0 , den man T -Perioden anlegen muß, um bei einem Zinssatz k den Endwert e zu erhalten.

$$e = a(1 + k)^t \Leftrightarrow a = e(1 + k)^{-t}$$

Dementsprechend bezieht man:

- $(1 + k)^{+t}$: als Aufzinsfaktor
- $(1 + k)^{-t}$: als Abzinsfaktor

Definitionen:

- Das Endvermögen eines Investors ist gleich seinem Vermögen am Ende des Planungszeitraumes.
- Das Vermögen eines Investors in einem Zeitpunkt ist gleich dem Geldbetrag (nur finanzielle Konsequenzen) zu dem er sein Eigentum in diesem Zeitraum höchstens verkaufen kann.

Beziehung zwischen einem Vermögen zum Zeitpunkt t_1 und t_2 mit $t_2 > t_1$ bei vorgegebenem Zinssatz k :

$$V(t_2) = V(t_1) * (1 + k)^{t_2 - t_1}$$

Vermögen eines Unternehmens:

- fest vorgegebener Zinssatz.
- Aktionsprogramm (Investitionsprogramm) eines Unternehmens ist fest vorgegeben.
- Ausschüttung an die Unternehmer ist fest vorgegeben.

Veränderung des Vermögens: (EV = Endvermögen)

$$\Delta EV = e_t(1 + k)^{T-t}; T \geq t$$

e_t : Einzahlungsüberschuß eines Projektes zum Zeitpunkt $t(t = 1, 2, 3, \dots, T)$ Beispiel:

t	0	1	2	3	4	t = 5
e_t	-50 $(1 + k)^5$	10 $(1 + k)^4$	20 $(1 + k)^3$	30 $(1 + k)^2$	20 $(1 + k)^1$	10 $(1 + k)^0$

Bei einem Zinssatz von $k=10\%$ ergibt sich:

$$\Delta EV = -50(1 + k)^5 + 10(1 + k)^4 + \dots + 20(1 + k)^1 + 10(1 + k)^0$$

$$\Delta EV = 29.01$$

Die Vermögensänderung zum Zeitpunkt Null ($t=0$) ergibt sich hier zu:

$$\Delta V(0) = \Delta EV(1 + k)^{-5}$$

$$= \frac{29.01}{1.611} = 18.01$$

Allgemeine Veränderung des Endvermögens bei Aufzinsung:

$$\Delta EV = -A_0(1 + k)^T + \sum_{t=1}^T e_t(1 + k)^{T-t}$$

Dabei ist:

e_t : Einzahlungsüberschuß zum Zeitpunkt t ($t = 1, 2, \dots, T$).

A_0 : Anfangsauszahlung für das Projekt im Zeitpunkt $t=0$.

k : Zinssatz.

Barwert, Gegenstandswert:

$$\begin{aligned} K_0 &= \Delta EV(1+k)^{-T} \\ &= (1+k)^{-T}[-A_0(1+k)^T + \sum_{t=1}^T e_t(1+k)^{T-t}] \\ &= -A_0 + \sum_{t=0}^T e_t(1+k)^{-t} \end{aligned}$$

Der Kapitalwert des Projektes bezogen auf den Zeitpunkt r :

$$K_r = K_0(1+k)^r$$

Eigenschaft des Kapitalwertes:

- Das Vorzeichen des Kapitalwertes ist unabhängig vom Bezugspunkt.
- Die Rangordnung der Kapitalwerte zweier Projekte ist unabhängig von der gewählten Nullalternative.

Beides läßt sich leicht zeigen, soll jedoch hier nicht weiter betrachtet werden.

3.2.2 Die Annuität

Gesucht sind Rentenströme, die der Kapitalverzinsung völlig äquivalent sind. Betrachte zur Eläuterung folgendes Beispiel:

Ein Projekt sei mit 10% Verzinsung gegeben:

Periode t	0	1	2	3	4	5	6	7
e_t	-500	100	110	120	130	140	150	160
a_t	—	a	a	a	a	a	a	a

Gesucht ist nun eine Rente a_t , die in allen Zeitpunkten gleich groß ist. Der Kapitalwert (Zinssatz $k = 10\%$) zum Zeitpunkt null beträgt:

$$K_0 = \sum_{t=1}^T e_t(1+k)^{-t} = \sum_{t=0}^T e_t 1.1^{-t} = 114.47$$

Wenn die Rente zu allen Zeiten gleich groß sein soll, ($a_t = a = \text{const.}$), dann läßt sich a_t vor die Summe ziehen:

$$K_0 = a \sum_{t=1}^T (1+k)^{-t} = a \sum_{t=0}^T 1.1^{-t} = 114.47$$

Die Rente a_t ergibt sich also zu:

$$a_t = \frac{K_0}{\sum_{t=1}^T (1+k)^{-t}}$$

Die Summe $\sum_{t=1}^T (1+k)^{-t}$ ist eine unendliche Reihe und läßt sich wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^T (1+k)^{-t} &= (1+k)^{-1} + (1+k)^{-2} + (1+k)^{-3} + \dots + (1+k)^{-T} \\ (1+k) \sum_{t=1}^T (1+k)^{-t} &= 1 + (1+k)^{-1} + \dots + (1+k)^{-T} \\ &= 1 + \sum_{t=1}^T (1+k)^{-t} - (1+k)^{-T} \end{aligned}$$

$$k \sum_{t=1}^T (1+k)^{-t} = 1 - (1+k)^{-T}$$

$$\sum_{t=1}^T (1+k)^{-t} = \frac{1 - (1+k)^{-T}}{k}$$

Diesen Faktor bezeichnet man als Rentenbarwertfaktor:

$$RBF(k, T) = \frac{1 - (1+k)^{-T}}{k}$$

Der Reziproke des Rentenbarwertfaktors ist der Annuitätsfaktor (Wiedergewinnungsfaktor):

$$AF(k, T) = \frac{1}{RBF(k, T)} = \frac{k}{1 - (1+k)^{-T}}$$

Die Rente errechnet sich also aus:

$$a_t = K_0 * AF(k, T)$$

In unserem obigen Beispiel ergibt sich dann: $a = \frac{114.57}{4.868} = 23.52$.

Vor einer ewigen Rente spricht man in dem Fall, indem T gegen unendlich geht:

$$T \rightarrow \infty; RBF(k, \infty) = \frac{1}{k}; k > 0$$

Daraus ergeben sich folgende Sätze:

Satz: Der Kapitalwert einer ewigen Rente berechnet sich aus: $K_0 = \frac{G_{ewig}}{k}$

Satz: Kapitalwert und Annuität haben dasselbe Vorzeichen: $K_0 = a_t * RBF(k, T)$. Satz: Für verschiedene Projekte mit gleicher Laufzeit ist die Rangfolge der Kapitalwerte dieselbe, wie die der Annuitäten. $K_{01} > K_{02} \Leftrightarrow$

$$\frac{K_{01}}{RBF(k, T)} > \frac{K_{02}}{RBF(k, T)} \Leftrightarrow a_{t1} > a_{t2}$$

3.2.3 Interner Zinsfuß

Definition: Interner Zinsfuß i eines Investitionsprojektes heißt derjenige Zinssatz, bei dem der Kapitalwert des Projektes gleich Null ist.

$$K_0 = -A_0 + \sum_{t=1}^T e_t (1+k)^{-t} |_{k=i} = 0$$

Problem: i muß iterativ bestimmt werden:

1. Fall: Annuitätenmethode

Die EZÜ aller zukünftigen Zeitpunkte sind gleich: $e_1 = e_2 = e_3 = \dots = e_T = e$.

$$K_0 = -A_0 + e * RBF(i, T) = 0 \Leftrightarrow RBF(i, T) = \frac{A_0}{e}$$

Beispiel: $A_0 = 100; e = 23; RBF = (i, 7) = \frac{100}{23} = 4.348$.

k	5	10	15
RBF(k,7)	5.786	4.868	4.160

Bestimmung von i durch lineare Interpolation: $\frac{4.368-4.160}{4.868-4.348} = \frac{15-10}{i-10} \Leftrightarrow i \approx 13.7$

Für eine ewige Rente ($T \leftarrow \infty$) läßt sich sogar exakt bestimmen: $RBF(i, \infty) = \frac{1}{i}$

$$A_0 = e * RBF(i, \infty) = e \frac{1}{i} \Leftrightarrow i = \frac{e}{A_0}$$

2. Fall: Iterationsverfahren

Die EZÜ aller zukünftigen Zeitpunkte ist ungleich: $e_1 \neq e_2 \neq e_3 \neq \dots \neq e_T$

- Startwert setzen $i = k_0$, bestimmte $K_0(k_0)$.

- Ist $K_0(k_0)$ für ein Investitionsprojekt positiv \Rightarrow erhöhe k_0
- Ist $K_0(k_0)$ für ein Investitionsprojekt negativ \Rightarrow senke k_0
- Ist $K_0(k_0)$ für ein Finanzprojekt positiv \Rightarrow senke k_0
- Ist $K_0(k_0)$ für ein Finanzprojekt negativ \Rightarrow erhöhe k_0

Definition: Eine Investition heißt Normalinvestition, wenn die Auszahlungen vor den Einzahlungen liegen.

Definition: Eine Finanzierung heißt normalfinanzierung, wenn die Einzahlungen vor den Auszahlungen liegen.

Beispiel für Normalinvestition:

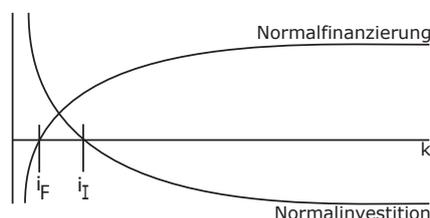
t	0	1	2	3
e_t	-100	30	40	50

Beispiel für eine Normalinvestition: Bestimmung des internen Zinsfußes:

(1) $k_0 = 10\%$; $K_0(k_0 = 10\%) = -2.1 < 0$

(2) $k_0 = 8\%$; $K_0(k_0 = 8\%) = 1.763 > 0$

(3) *Lineare Interpolation* : $\frac{1.763 - (-2.1)}{1.763 - 0} = \frac{10 - 8}{i - 8} \Rightarrow i = 8.9\%$; *i exakt* : 8.8963%



Aus obigem Bild wird außerdem deutlich, daß es sich bei der Bestimmung des Zinsfußes um eine Nullstellenbestimmung der unbekanntenen Investitions- bzw. Finanzierungsfunktion handelt.

Satz: Der interne Zinsfuß ist unabhängig vom Bezugspunkt der zugrundeliegenden Kapitalwertfunktion.

Beispiel:

Der folgende Zahlungsstrom sei gegeben:

t	0	1	2	
e_t	-100	10	10	Also $i = 10\%$ (=Rückzahlung)
			100	

$K_0(i = 10\%) = -100 + \frac{10}{1.1} + \frac{110}{1.21} = 0$

$K_1(i = 10\%) = -100 * 1.1 + 10 + \frac{110}{1.1} = 0$

Allgemein gilt: $K_0(i) = 0$ $K_t(i) = K_0(i) * (1 + i)^t = 0$

Satz: Für nicht-normale Projekte gilt: die Zahl der internen Zinsfüße, die größer als (-1) sind, ist gleich der Zahl der Vorzeichenwechsler der zugrundeliegenden Zahlungsreihe oder um eine gerade Zahl kleiner.

Beispiel:

t	0	1	2	3	4	5	6	7
e_t	-20	30	50	-60	80	90	-10	-15

\Rightarrow 4 Vorzeichenwechsel, d.h. entweder 0,2 oder 4 interne Zinsfüße.

Satz: Reguläre Investition

Sei E_t die Zahlungsreihe der kumulierten Einzahlungsüberschüsse $E_t = \sum_{T=0}^t e_T$, dann existiert ein positiver interner Zinsfuß, falls:

- $E_0 < 0$ (Anschaffungszahlung ist negativ)
- $E_0 \leq 0$; $t=1,2,3,\dots,t_1$
- $E_0 \geq 0$; $t=t_1 + 1, \dots, T - 1$

Beispiel: liegt eine reguläre Investition vor?

t	0	1	2	3	4	5	6	7
e_t	-20	30	50	-60	80	90	-10	-15
E_t	-20	10	60	0	80	170	160	145
	E_0							E_T

3.2.4 Amortisationsdauer (pay-off-period)

vorgegeben: k

variabel: t

$$K_0(r-1) = -A_0 + \sum_{t=1}^{r-1} e_t(1+k)^{-t}$$

$$K_0(r) = -A_0 + \sum_{t=1}^r e_t(1+k)^{-t}$$

$$K_0(r-1) < 0 \leq K_0(r)$$

$K_0(r) < 0 \Rightarrow$ es existiert keine Amortisationsdauer.

Beispiel:

t	0	1	2	3	4	5	6	7
e_t	-200	80	30	100	110	120	120	120

Die Amortisationsdauer r ohne Berücksichtigung der Zinsen beträgt drei Jahre: $r = 3$.

Wird der Zins mitberücksichtigt (z.B. $k = 12\%$), so verlängert sich die Amortisationsdauer. $K_0(12\%, t = 3) = -33,5 < 0 \leq K_0(12\%, t = 4) = 36,4$. Die Amortisationsdauer beträgt also $r = 4$.

3.2.5 Interpretation

A_0	e_1	e_2	e_3	e_4
100	50	40	30	20

Der Zinssatz betrage $k = 10\%$.

- Der Kapitalwert zum Zeitpunkt Vier (Endwert): $K_4 = -100 * 1.1^4 + 50 * 1.1^3 + 40 * 1.1^2 + 30 * 1.1^1 + 20 * 1.1^0 = 21,54$
- Der Kapitalwert zum Zeitpunkt Null: $K_0 = 21.54 * 1.1^{-4} = 14.71$
- Der Endvermögenszuwachs beträgt: 21.54
- Die Annuität ist: $A = \frac{14.71}{RBF(10\%,4)} = \frac{14.71}{3.169} = 4.64$.
- Der interne Zinsfuß beträgt: $i \approx 17.8\%$ (aus: $\sum_{t=0}^4 e_t(1+i)^{-t} = 100$).
- Amortisationsdauer: $r = 3$ aus: $K_0(t = 2) = -21.59 < 0 \leq K_0(t = 3) = 1.052$.

Zum Kapitalwert:

1. Satz: Der auf den Zeitpunkt T bezogene positive Kapitalwert eines Investitionprojektes gibt den Betrag an, um den das Endvermögen des Investors bei Durchführung des Projektes größer sein wird, als bei Durchführung der Nullalternative.
2. Satz: Ein positiver Kapitalwert K_0 gibt den Betrag an, der dem Investor im Zeitpunkt t_0 mindestens geboten werden müßte, um ihn zu bewegen statt des Investitionsprojektes die Nullalternative zu realisieren. \Rightarrow ($K_0 = 14.71$)

Ein negativer Kapitalwert kennzeichnet den Betrag, der dem Investor zum Zeitpunkt t_0 geboten werden müßte, um ihn zur Durchführung des Projektes zu bewegen. ($K_0^{D-A} = -1.92$, bei Übergang von Alternative A zu Alternative D)

- Satz: Der Kapitalwert K_0 kann als die Vermögenserhöhung interpretiert werden, die der Investor im Planungszeitpunkt durch den Übergang von der Nullalternative zum Investitionsprojekt erfährt. $\Rightarrow (K_0 = 14.71; K_0^{C-D} = 3.55); K_0^{B-A} = 0$
- Satz: Die Annuität einer Investition gibt den Betrag, den der Investor bei Durchführung der Investition in jeder Periode zusätzlich konsumieren könnte, ohne dadurch ein anderes Endvermögen zu erreichen, als bei Realisierung der Nullalternative.

t	0	1	2	3	4
Annuität		-4.64	-4.64	-4.64	-4.64

Endvermögensänderung bei Durchführung:

$$\Delta EV = 14.71 * 1.1^4 - 4.64 * 1.1^4 * RBF(10\%, 4) = 0$$

- Satz: Eine positive Annuität eines Investitionsprojektes gibt den Betrag an, um den die EZÜ in $t=1,2,3,\dots,T$ vermindert werden müßten, damit sich der Investor bei Durchführung der Investitionen weder besser noch schlechter stellt als bei Realisierung der Nullalternative.

A_0	e_{1-a}	e_{2-a}	e_{3-a}	e_{4-a}
100	50-4.64	40-4.64	30-4.64	20-4.64

zum internen Zinsfuß:

- Satz: Werden alle Auszahlungen einer Normalinvestition durch Kreditaufnahme gedeckt, so gibt der interne Zinsfuß den Kreditzins an, bei dessen Anrechnung (Verwendung) die nachfolgenden Einzahlungen gerade ausreichen, um die Schuldbeträge zu tilgen und zu verzinsen.

Beispiel: Tilgungsplan mit $k=i=17,8\%$

Periode	Kapitalbindung	Zinsen	EZÜ	Amortisationsbeitrag
1	100	17.80	50	$50-17.80 = 32.20$
2	67.80	12.07	40	$40-12.07 = 27.93$
3	39.87	7.10	30	$30-7.01 = 22.90$
4	16.97	3.02	20	$20-3.02 = 16.98$
5	0	-	-	$\sum = 100.01$

- Satz: Ein negativer interner Zinsfuß zeigt bei Normalinvestition an, daß die Einzahlungen nicht zur Tilgung und zu einer angemessenen Verzinsung ausreichen.

Beispiel:

t	0	1	2	\sum
e_t	-100	50	40	< 0

$\Rightarrow i = -7\%$

- Satz: Der interne Zinsfuß einer Normalinvestition ist derjenige Kalkulationsfuß, bei dem der Kapitalwert der Investition dem der Nullalternative gleicht. $\Rightarrow (i = \text{kritischer Kalkulationszinsfuß})$

Zur Amortisationsdauer:

- Satz: Stellt man bei einer Norminalinvestiton fest, daß die Amortisationsdauer kleiner als der Planungshorizont $\tau < T$ ist, so ist der Kapitalwert der Investition positiv.
- Satz: Die Amortisationsdauer einer Norminalinvestition ist diejenige Lebensdauer, bei der der Kapitalwert der Investition (midestens) dem der Nullalternative entspricht.

3.3 Die Wahl zwischen Investitionsalternativen

Erklärtes Ziel ist die Maximierung des Endvermögens (Kapitalwertmaximierung).

Für die weiteren Betrachtungen legen wir einen vollkommenen Kapitalmarkt zugrunde:

- Jeder Marktteilnehmer kann beliebig hohe Geldbeträge zum Zinssatz k anlegen (Investition).
- Jeder Marktteilnehmer kann beliebig hohe Geldbeträge zum gleichen Zinssatz k aufnehmen (Kredit).
- Es gibt keine Transaktionskosten und Steuern.

3.3.1 Entscheidungskriterium: Kapitalwert und Annuität

Ziel des Investors ist eine Maximierung des Endvermögenszuwachses. Das Entscheidungskriterium lautet also:

$$\Delta EV^j = K_T^j \stackrel{!}{=} MAX \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n)$$

Wegen:

$$K_0^j = K_T^j * (1 + k)^{-t}$$

und $k = \text{const}$, $T = \text{const}$ für die betrachteten Alternativen kann man auch den Kapitalwert K_0 als Kriterium heranziehen:

$$K_0^j \stackrel{!}{=} MAX \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n)$$

Um das Maximum bestimmen zu können, muß eine vollständige Alternativenmenge einschließlich der Nullalternative gebildet werden (K_0^{Null} ; K_0^j mit $j = 1 \dots n$ müssen bekannt sein).

Genauso kann auch die Annuität als Kriterium herangezogen werden:

$$a^j = K_0^j * AF(k, T)$$

Aus gleichem Grund wie beim Kapitalwert ($k, T = \text{const}$) ist die Rangfolge der Kapitalwerte gleich der Rangfolge der Annuitäten verschiedener Alternativen.

$$K_0^1 > K_0^2 \Leftrightarrow a^1 > a^2$$

Das Kriterium lautet dann:

$$a^j \stackrel{!}{=} MAX \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n)$$

Beispiel: ($k=10\%$)

t	0	1	2	3	4
Alternative 1	-100	40	40	40	40
Alternative 2	-80	60	60	-	-

⇒ Alternative 1 wird vorgezogen!

Unmittelbaren Vorteilhaftigkeitsvergleich erlauben nur Annuitäten gleicher Laufzeit!

t	0	1	2	3
a^1	-	10.76	10.76	10.76
a^2	-	9.69	9.69	9.69

$$a^1(10\%, 3\text{Jahre}) = 26.76 * AF(10\%, 3\text{Jahre}) = 10.76$$

$$a^2(10\%, 3\text{Jahre}) = 24.10 * AF(10\%, 3\text{Jahre}) = 9.69 \Rightarrow \text{Alternative 1 wird vorgezogen!}$$

3.3.2 Interner Zinsfuß

Das Entscheidungskriterium lautet:

maximiere den internen Zinsfuß i über alle Alternativen j .

Beispiel: ($k=10\%$)

t	0	1	2	K_0	i
Alternative 1 - Nullalternative	-100	110	12	9.92	20%
Alternative 1 - Nullalternative	-100	0	141.61	17.03	19%

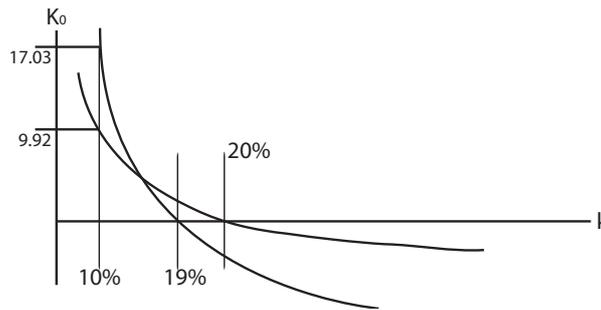


Abbildung 8: Zinsfüße zweier Alternativen (mittelbarer Parametervergleich)

Man entnehme der Tabelle, daß die Rangfolge der Kapitalwerte umgekehrt der internen Zinsfüße ist.

Würde man die Abzisse nach oben verschieben, so würde die Rangfolge der Zinsfüße wieder umkehren. Problem: Die Rangordnung der internen Zinsfüße ist abhängig von der gewählten Nullalternative.

Mittelbarer und unmittelbarer Parametervergleich

Im obigen Beispiel wurde ein sogenannter mittelbarer Parametervergleich durchgeführt. Wie wir gesehen haben liefert er keine ökonomisch Information. Der Grund liegt in der Abhängigkeit des internen Zinsfußes von der Wahl der Nullalternative. Wollen wir den internen Zinsfuß als Entscheidungskriterium zwischen den Alternativen benutzen, so müssen wir die Methode des unmittelbaren Parametervergleichs wählen. Ein unmittelbarer Parametervergleich liegt vor, wenn zwischen zwei Investitionsalternativen anhand eines kritischen Parameters (hier interner Zinsfuß) entschieden wird, wobei eine der Alternativen zur Basis gemacht wird. Für die Differenzalternative wird der kritische Wert ermittelt und mit dem die für die Kapitalwertberechnung zugrundegelegten Wert (im obigen Beispiel: Kalkulationszinsfuß 10%) verglichen. Ist er größer als der Kalkulationszinsfuß, ist die Basisalternative schlechter.

Würde man die Alternative 1 zur Basis erklären, ergäbe sich folgende Zahlungsreihe und die untere Darstellung:

t	0	1	2
Alternative 2 - Alternative 1	0	-110	129.61

Der interne Zinsfuß der Differenzalternative beträgt: 17,8 % und ist damit größer als der Kalkulationszinsfuß, d.h. Alternative 2 ist besser als Alternative 1, genauso, wie es durch Kapitalwertmethode bestätigt wird.

Die folgende Abbildung verdeutlicht nocheinmal die Differenzalternativenbildung:

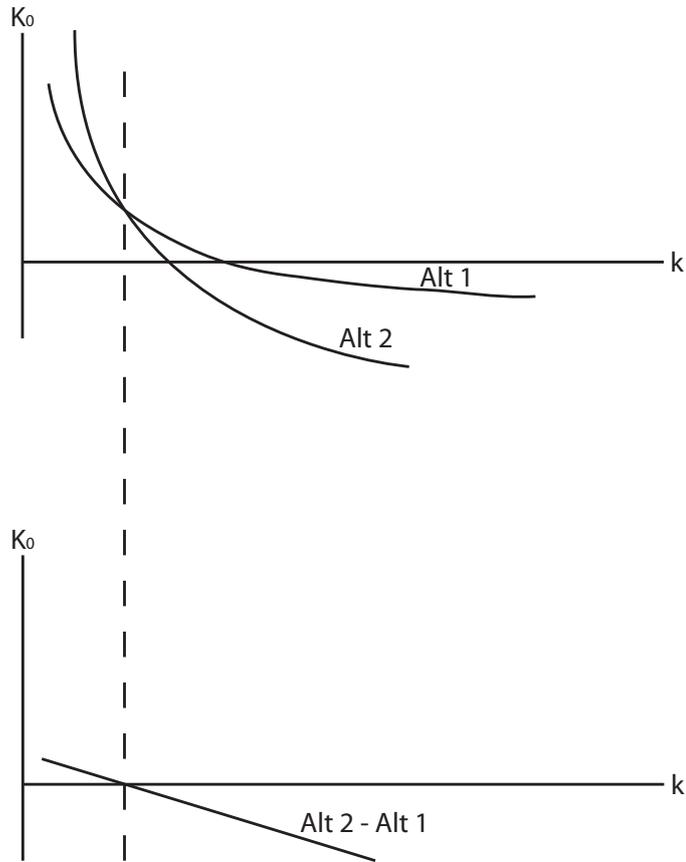


Abbildung 9: Differenzalternative (unmittelbarer Parametervergleich)

Fazit: Entsprechend der Endvermögensmaximierung ist es zweckmäßig vom Kapitalwert auszugehen, nicht vom internen Zinsfuß.

3.3.3 Ersetzungszeitpunkt

Entscheidungsregel:

Maximierung des Kapitalwertes über alle Ersetzungsalternativen !

Wir betrachten folgendes Ersatzmodell:

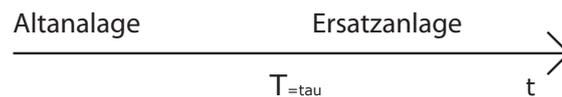


Abbildung 10: Erstatzmodell

Kapitalwert der Ersatzanlage zum Zeitpunkt τ ist:

$$K_r(N) = \sum_{t=\tau+1}^{\tau+N} e_{t,n} * (1+k)^{\tau-t} - A_{0,n} + W_n(1+k)^{-N}$$

- N = Nutzungsdauer der Ersatzanlage
- W_n = Liquidationserlös der Ersatzanlage
- A_0 = Anschaffungszahlung der Ersatzanlage
- $e_{t,n}$ = EZÜ der Ersatzanlage im Zeitpunkt t
- τ = Anschaffungszeitpunkt

Daraus ergibt sich folgende Annuität:

$$a_n = K_r * RBF(k, N)$$

RBF \Leftrightarrow AF ??? möglicher Fehler...

Im folgenden soll die Annuität zur erheblichen Vereinfachung der Rechnung dienen.

Wir treffen folgende Annahme:

Ab dem Ersetzungszeitpunkt erhält man einen jährlichen, entscheidungsrelevanten EZÜ in Höhe von a_n . Der letztmögliche Ersetzungszeitpunkt sei t_1 , der erstmögliche sei $t_1 - 2$.

0	...	t_1-2	t_1-1	t_1	t_1+1	t_1+2	t_1+3	...
			a_n	a_n	a_n	a_n	a_n	...
				a_n	a_n	a_n	a_n	...
					a_n	a_n	a_n	...

Außerdem soll die Anlage unendlich oft ersetzt werden. Daraus entwickelt sich eine unendliche Investitionskette aus Alt- und Ersatzanlage. Da das Endvermögen maximiert werden soll, findet auch hier die Kapitalwertmethode Anwendung:

$$K_0(\tau) = \sum_{t=1}^{\tau} e_{t,a}(1+k)^{-\tau} + \sum_{t=\tau+1}^{t_1} a_n(1+k)^{-t}$$

Die Entscheidungsregel zwischen n Alternativen lautet dementsprechend:

$$\max_{\tau} K_0^j(\tau_j); (j = 1, 2, 3); (\tau_1 = t_1 - 2, \tau_2 = t_1 - 1, \tau_3 = t_1)$$

$e_{t,a}$ = EZÜ der bisherigen Anlage in der Periode t.

$W_{t,a}$ = Liquidationserlös der Altanlage in den Zeitpunkten t.

Beispiel:

Die Anlage soll ersetzt werden, der Zinssatz k beträgt 10%. Folgende Daten sind gegeben:

- Daten der Ersatzanlage:

t	0	1	2	3	4	
$e_{t,n}$	-100	50	40	30	10+10	(Liquidationserlös in t=4)

- Daten der Altanlage:

t	0	1	2	3
$e_{t,a}$		80	50	10
$W_{t,a}$	70	40	20	0

Daraus ergibt sich für die Ersatzanlage ein Kapitalwert von $K_{0,n} = 14.71$ und eine Annuität von $a_n = 4.64$.

Wir wollen nun vier Alternativen betrachten:

- I: sofort ersetzen
- II: in t=1 ersetzen

- III: in t=4 ersetzen
- IV: in t=5 ersetzen

Die EZÜ verhalten sich dann wie folgt:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	70 -100	50	40	30	10 10 -100	50	40	30	10 10 -100	50
II		40 80 -100	50	40	30	10 10 -100	50	40	30	10 10 -100
III		80	20 50 -100	50	40	30	10 10 -100	50	40	30
IV		80	50	10 10 -100	50	40	30	10 10 -100	50	40

In Kapitalwerten ausgedrückt ergibt sich folgende Tabelle:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	0+70 14.71				14.71				14.71	
II		80+40 14.71				14.71				14.71
III		80	50+20 14.71				14.71			
IV		80	50	10+0 14.71				14.71		

Wie sich leicht einsehen läßt ist bei einer unendlichen Einsetzung der Anlage auch die Tabelle unendlich lang. Besser rechnet man also mit Annuitäten.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_0
I	0+70	4.64	4.64	4.64	4.64	4.64	4.64	4.64	4.64	4.64	81.54
II		80+40	4.64	4.64	4.64	4.64	4.64	4.64	4.64	4.64	116.41
III		80	50+20	4.64	4.64	4.64	4.64	4.64	4.64	4.64	134.07
IV		80	50	10+0	4.64	4.64	4.64	4.64	4.64	4.64	121.56

Mit $K_0 = a_n \sum_{t=1}^{\tau} (1+k)^{-t}$ mit T=4 rechnen wir die eingetragenen Kapitalwerte aus. Man findet ein Maximum bei Alternative III mit $K_0^{III} = 134.07$, d.h. der optimale Ersetzungszeitpunkt ist $\tau = 2$.

Allgemein gilt als notwendiges (aber nicht hinreichendes Kriterium für den optimalen Ersetzungszeitpunkt τ):

$$K(\tau - 1) \leq K(\tau) \geq K(\tau + 1)$$

Betrachten wir den linken Teil der Ungleichung, können wir eine leicht anwendbare Form finden:

$$K(\tau) \geq K(\tau - 1)$$

$$\Leftrightarrow K(\tau) - K(\tau - 1) \geq 0$$

$$e_{\tau,a}(1+k)^{-\tau} + W_{\tau,a}(1+k)^{-\tau} - W_{\tau-1,a}(1+k)^{-(\tau-1)} - a_n(1+k)^{-\tau} \geq 0$$

$$e_{\tau,a} + W_{\tau,a} - W_{\tau-1,a}(1+k) \geq a_n$$

$$e_{\tau,a} - (W_{\tau-1,a} - W_{\tau,a}) - W_{\tau-1,a}k \geq a_n$$

Das Problem des optimalen Ersetzungszeitpunktes läßt sich oft einfach auf die folgende, leicht einsehbare Form bringen:

Der Ertrag einer Verschiebung der Liquidation um eine Periode sollte größer sein als die dadurch entstehenden Kosten.

In obiger Gleichung sind:

a_n : Kosten der Verschiebung um eine Periode, denn die Annuität a_n wird erst eine Periode später fällig.

$(W_{\tau-1,a} - W_{\tau,a})$: Liquidationserlösminderung durch die Verschiebung um eine Periode.

$k * W_{\tau-1,a}$: Zinsverlust auf den Liquidationserlös in der Vorperiode.

$e_{\tau,a}$:Einzahlungsüberschuss

3.3.4 Gewinnsteuern

In eine sinnvolle Investitionsrechnung sollte mit eingehen, daß ein Unternehmen insbesondere auf Gewinne Steuern zahlen muß.

Ziel: Maximierung des Endvermögens.

Annahme:

1. Der jährliche Gewinn des Unternehmens unterliegt einer Gewinnsteuer (Einkommens bzw. Kapitalsteuer)
2. Der steuerpflichtige Gewinn eines Unternehmens ist in jedem Jahr positiv, d.h. das Unternehmen zahlt in jedem Jahr Steuern.

Es stellt sich also folgende Frage:

Wie wirkt sich die Gewinnsteuer auf die Beurteilung der Investitionsalternative aus?

- Wie hoch ist der Kalkulationszinsfuß (KFZ)?

$$KFZ = k(1 - s)$$

s: Steuersatz

k: Zinssatz

– vor Steuern:

$$\Delta EV^{nS}(1GE) = [1GE(t)](1 + k)^{T-t}$$

Der Endvermögenszuwachs vor Steuer (ΔEV^{nS}) für eine Geldeinheit zum Zeitpunkt t ($1GE(t)$) bei Verzinsung bis Periode T ist gleich der Geldeinheit multipliziert mit $(1 + k)^{T-t}$.

– nach Steuern:

$$\Delta EV^{nS}(1GE) = [1GE(t)](1 + k(1 - s))^{T-t}$$

s: Steuersatz

(Der Endvermögenszuwachs nach Steuer (ΔEV^{nS}) für eine Geldeinheit zum Zeitpunkt t ($1GE(t)$) bei Verzinsung bis Periode T ist gleich der Geldeinheit multipliziert mit $(1 + KFZ)^{T-t}$.

- Wie sieht die Zahlungsreihe des Projektes aus?
Die Gewinnsteuerzahlungen sind aufgrund des Versuchsprinzips zu berücksichtigen. Dazu werden die EZÜ nach Steuern für die Kapitalwertberechnung benötigt.
Beispiel: $s = 40\%$, $k = 10\%$, $a_0 = 100$, lineare Abschreibung über 4 Jahre.

t	0	1	2	3	4	5
zahlungswirksame Erträge	-	200	220	240	250	280+25
- zahlungswirksamer Aufwand	-	160	200	170	220	200
- Abschreibungen für Anlagen	-	20	20	20	20	20
Gewinn vor Zinsen (g_t)	-	20	0	50	10	60+25
Gewinnsteuer	-	8	0	20	4	24+10
EZÜ vor Steuern	-100	40	20	70	30	80+25
EZÜ nach Steuern	-100	32	20	50	26	56+15

Es ergibt sich ein Kapitalwert nach Steuern von 63.63.

$$K_0^{nS} = -100 + \frac{32}{1.06} + \frac{20}{1.06^2} + \frac{50}{1.06^3} + \frac{26}{1.06^4} + \frac{56 + 15}{1.06^5} = 63.62$$

KFZ = 1.06